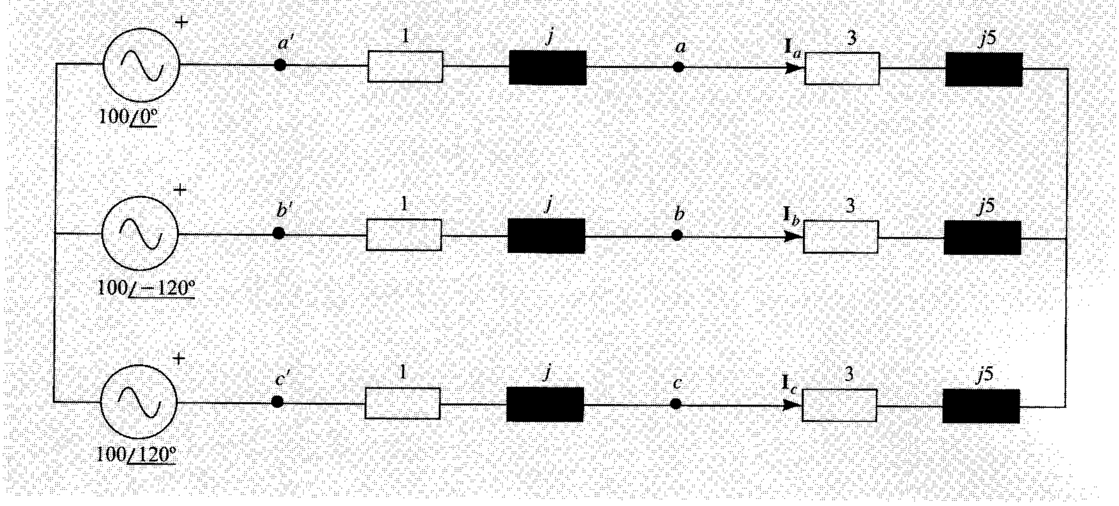
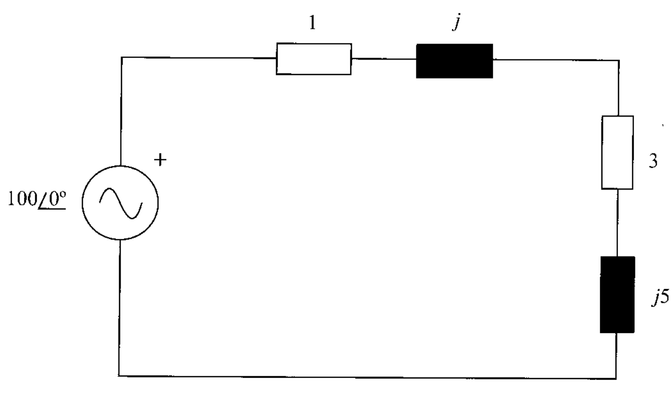
PROBLEMAS RESUELTOS

3.1. Calcular las corrientes de línea en el sistema trifásico equilibrado de la figura.



SOLUCIÓN

Puesto que se trata de un circuito trifásico equilibrado, se puede obtener el circuito monofásico equivalente, cuya obtención es inmediata al estar conectadas en estrella, tanto la fuente como las cargas. El circuito equivalente es el siguiente:



Por tanto, la corriente que circula por la fase a tiene el valor:

$$\mathbf{I}_a = \frac{100}{1 + j + 3 + j5} = \frac{100}{4 + j6} = 13{,}87\underline{/-56{,}31^\circ}$$

Y consecuentemente,

$$\mathbf{I}_b = 13{,}87\underline{/-56{,}31^\circ - 120^\circ}$$

$$\mathbf{I}_c = 13{,}87\underline{/-56{,}31^\circ + 120^\circ}$$

Valor de las tensiones:

$$\mathbf{U}_a = \mathbf{I}_a(3 + j5) = 13{,}87\underline{/-56{,}31^\circ} \cdot 5{,}831\underline{/59{,}036} = 80{,}86\underline{/2{,}75^\circ}$$

$$U_b = 80{,}86\underline{/2{,}75^\circ - 120^\circ}$$

$$U_c = 80{,}86\underline{/2{,}75^\circ + 120^\circ}$$

Caída de tensión en cada una de las fases de la línea:

$$\Delta U_a = \mathbf{I}_a(1 + j) = 13{,}87\underline{/-56{,}31^\circ} \cdot \sqrt{2}\underline{/45^\circ} = 19{,}61\underline{/-11{,}31^\circ}$$

$$\Delta U_b = 19{,}61\underline{/-11{,}31^\circ - 120^\circ}$$

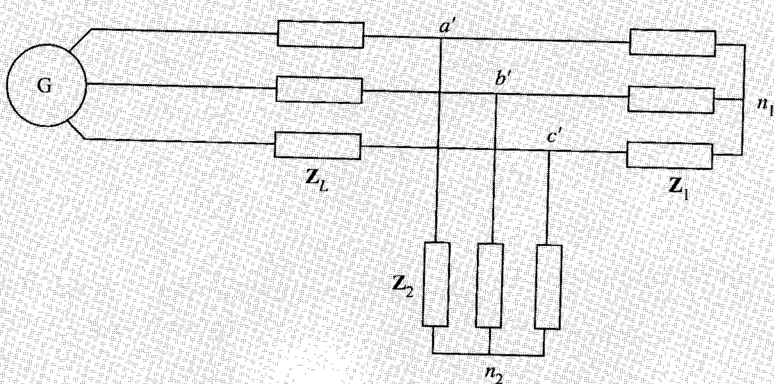
$$\Delta U_c = 19{,}61\underline{/-11{,}31^\circ + 120^\circ}$$

3.2. En la figura se representa un circuito trifásico equilibrado en carga y de secuencia directa, siendo la tensión de línea en el generador supuesto ideal 220 V (eficaz).

$$\mathbf{Z}_L = 1 + j \quad , \quad \mathbf{Z}_1 = 10(3 - j) \quad , \quad \mathbf{Z}_2 = 10(2 + j)$$

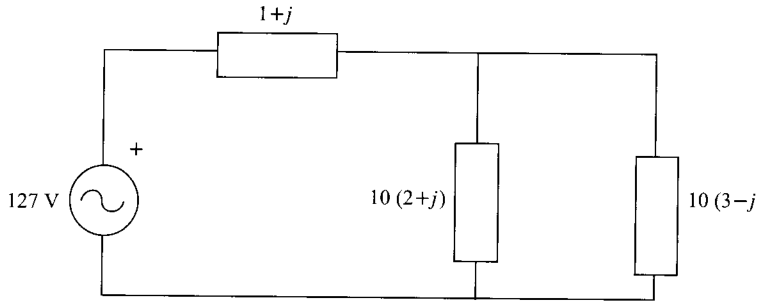
La frecuencia es de 50 Hz. Se pide:

1. Intensidad de línea en el generador.
2. Tensión de fase en cada una de las cargas.
3. Intensidad de línea en cada una de las cargas.
4. Potencia activa y reactiva consumida por cada carga.
5. Dibujar dónde se colocaría un vatímetro para medir la potencia reactiva consumida por el conjunto de ambas cargas indicando lo que marcaría dicho vatímetro.
6. Potencia perdida en la línea.
7. Indicar la capacidad por fase de la batería de condensadores que debería colocarse en triángulo, en paralelo con la carga conjunto de ambas, para que el total presentase $\cos\varphi = 1$.
8. *Ídem* si se conectase en estrella.



SOLUCIÓN

1. El equivalente monofásico fase-neutro será el siguiente:



La impedancia equivalente de las dos cargas es, puesto que están conectadas en paralelo:

$$\mathbf{Z}_{eq} = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = 14}$$

A partir de aquí se obtiene el valor de la corriente de línea (coincidente con la de fase a):

$$\mathbf{I}_a = \frac{\mathbf{U}_a}{\mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_{eq}} = 8{,}43\underline{/-3{,}81^\circ} \text{ A}$$

Las corrientes de las tres fases serán, por tanto:

$$\mathbf{I}_a = 8{,}43\underline{/-3{,}81^\circ} \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_b = 8{,}3\underline{/-3{,}81^\circ - 120^\circ} \text{ A} = 8{,}3\underline{/-123{,}81^\circ} \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_c = 8{,}3\underline{/-3{,}81^\circ + 120^\circ} \text{ A} = 8{,}3\underline{/116{,}19^\circ} \text{ A}$$

2. La tensión de fase en ambas cargas es la misma por estar conectadas en paralelo:

$$\mathbf{U}_{a'n1} = \mathbf{U}_{a'n2} = \mathbf{I}_a \cdot \mathbf{Z}_{eq} = 118{,}02\underline{/-3{,}89^\circ}$$

$$\mathbf{U}_{b'n1} = \mathbf{U}_{b'n2} = 118{,}02\underline{/-3{,}89^\circ - 120^\circ}$$

$$\mathbf{U}_{c'n1} = \mathbf{U}_{c'n2} = 118{,}02\underline{/-3{,}89^\circ - 120^\circ}$$

3. La intensidad de línea en cada una de las cargas es:

$$\mathbf{I}_{a1} = \frac{\mathbf{U}_{a'n1}}{\mathbf{Z}_1} = 3{,}73\underline{/14{,}62^\circ} \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_{b1} = 3{,}73\underline{/14{,}62^\circ - 120^\circ} \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_{c1} = 3{,}73\underline{/14{,}62^\circ + 120^\circ} \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_{a2} = \frac{\mathbf{U}_{a'n1}}{\mathbf{Z}_2} = 5{,}27\underline{/-30{,}37^\circ} \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_{b2} = 5{,}27\underline{/-30{,}37^\circ - 120^\circ} \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_{c2} = 5{,}27\underline{/-30{,}37^\circ + 120^\circ} \text{ A}$$

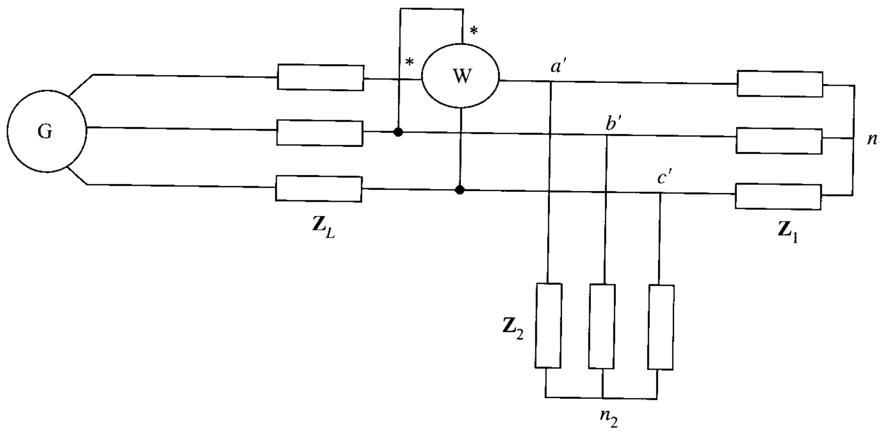
4. Potencia consumida por cada una de las cargas:

$$\mathbf{S}_1 = 3 \cdot (\mathbf{U}_{a'n1}\mathbf{I}^*_{a1}) = 3\mathbf{Z}_1 I^2_{a1} = 1.252{,}6 - 417{,}39$$
$$\mathbf{S}_2 = 3 \cdot (\mathbf{U}_{a'n1}\mathbf{I}^*_{a2}) = 3\mathbf{Z}_2 I^2_{a2} = 1.666{,}37 + j833{,}19$$

Luego:

$$P_1 = 1.252{,}16 \text{ W} \qquad Q_1 = -417{,}39 \text{ VAr}$$
$$P_2 = 1666{,}37 \text{ W} \qquad Q_2 = 833{,}19 \text{ VAr}$$

5. El vatímetro se colocaría con la bobina amperimétrica en serie con la fase a' y la bob voltimétrica en paralelo con las fases b' y c', tal como muestra la figura:



La medida del vatímetro sería proporcional a la potencia reactiva consumida por las dos cargas:

$$W = \frac{Q}{\sqrt{3}} = 241 \text{ W}$$

6. La potencia activa y reactiva perdidas en la línea son:

$$\Delta P_L = 3R_L I^2 = 3 \cdot 1 \cdot 8{,}43^2 = 213{,}19 \text{ W}$$
$$\Delta Q_L = 3X_L I^2 = 3 \cdot 1 \cdot 8{,}43_2 = 213{,}19 \text{ VAr}$$

7. Para compensar el factor de potencia a $\cos\varphi' = 1$, la potencia reactiva debe ser $Q' = P \cdot \operatorname{tg}\varphi' = 0$ VAr, y por tanto la diferencia entre la potencia reactiva inicial y final debe ser la que cedan los condensadores:

$$\Delta Q = P(\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi')$$

Pero, si la batería de condensadores se conecta en triángulo: $\Delta Q = 3\omega C U^2$.
Igualando ambas expresiones se tiene el valor de la capacidad de cada condensador:

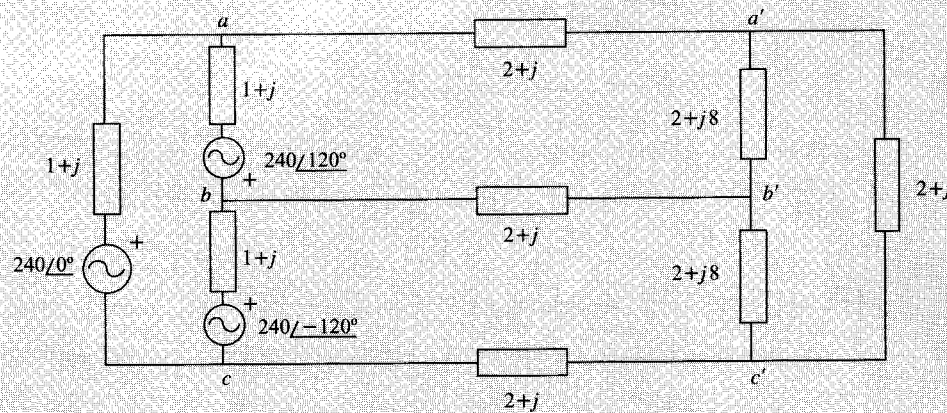
$$C_\Delta = \frac{\Delta Q}{3\omega U^2} = 10{,}6 \ \mu\text{F}$$

8. Si la batería de condensadores se conecta en estrella, la capacidad de cada condensador es:

$$C_Y = \frac{\Delta Q}{3\omega(U/\sqrt{3})^2} = 31{,}8 \ \mu\text{F}$$

3 Dado el sistema de la figura, calcular:

1. Intensidad de fase y de línea.
2. Tensiones en bornes del generador y del receptor.
3. Potencias activa y reactiva suministradas por el generador trifásico.
4. Potencias activa y reactiva consumidas por cada impedancia receptora y en la línea.
5. Comprobar aplicando el teorema de Boucherot.
6. Calcular lo que marcaría un vatímetro derivando su bobina de tensión entre *a* y *b*, e intercalando su bobina amperimétrica entre *a* y *a'*.



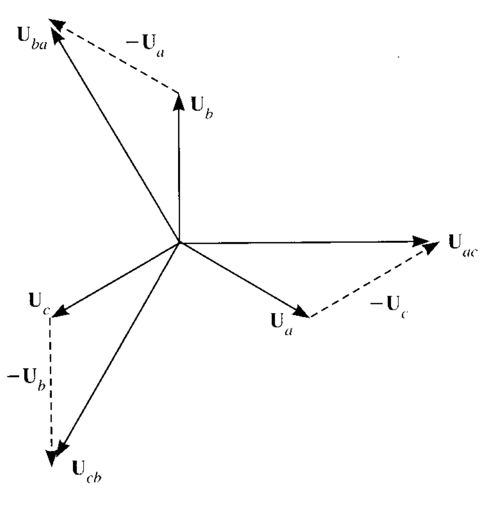
Solución

Para resolver este circuito es preciso, en primer lugar, obtener el equivalente monofásico fase-neutro, para lo cual hay que convertir las fuentes (reales) y la carga, ambas en triángulo, en sus respectivas estrellas equivalentes.

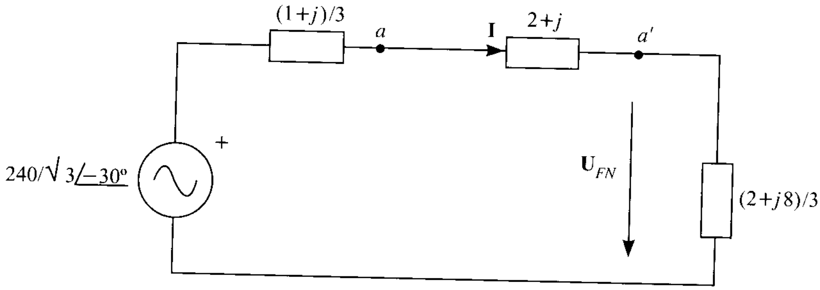
La fuente real entre fases del enunciado equivale a una fuente real en estrella que constará de una fuente ideal, cuyo valor eficaz será:

$$U = 240/\sqrt{3} = 138{,}56 \text{ V}$$

En cuanto a las fases, habrá que tener en cuenta los ángulos existentes entre las distintas fases, tal como se muestra en el diagrama vectorial siguiente.



En esta figura se puede comprobar que el sistema es de secuencia inversa, y que la sión $\mathbf{U}_a$ tiene un argumento de $-30°$, tomando como referencia la tensión $\mathbf{U}_{ac}$. En cua las impedancias, tanto de la fuente como de la carga, deberán dividirse entre 3 para ob su valor equivalente en estrella. Esto se muestra en el circuito que aparece a continuación:



La intensidad de línea se obtiene de forma sencilla en este circuito:

$$\mathbf{I} = \frac{240/\sqrt{3}\angle{-30°}}{3 + j4} = 27{,}71\angle{-83{,}13°}$$

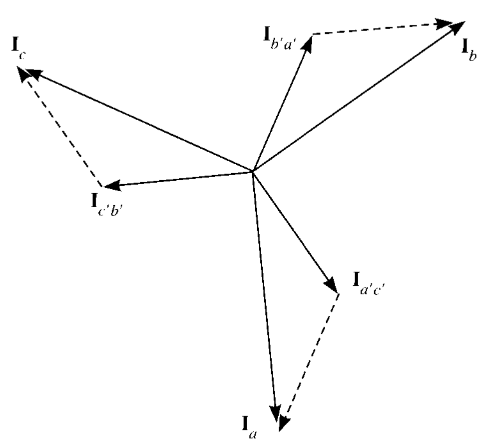
Y por tanto, la tensión fase-neutro en el equivalente monofásico de la carga, será:

$$\mathbf{U}_{FN} = 27{,}71\angle{-83{,}13°} \cdot (2 + j8)/3 = 76{,}20\angle{-7{,}17°}$$

La tensión fase-neutro en bornes del generador (punto a) será:

$$\mathbf{U}_{gFN} = \mathbf{U}_{FN} + (2 + j) \cdot \mathbf{I} = 125{,}76\angle{-30{,}49°}$$

Una vez resuelto el circuito equivalente monofásico, se obtienen las corrientes de fase po el circuito original, de acuerdo con el diagrama vectorial siguiente:



En él, el origen de fases sigue estando en $\mathbf{E}_{ca}$. Las corrientes de fase por los triángulos están adelantadas 30° con respecto a las corrientes de línea, y tienen una magnitud $\sqrt{3}$ veces menor. Por tanto:

$$\mathbf{I}_a = 27{,}71\angle{-83{,}13°} \qquad \mathbf{I}_{a'c'} = 16\angle{-53{,}13°}$$

$$\mathbf{I}_b = 27{,}71\angle{-36{,}87°} \qquad \mathbf{I}_{b'a'} = 16\angle{66{,}87°}$$

$$\mathbf{I}_c = 27{,}71\angle{156{,}87°} \qquad \mathbf{I}_{c'b'} = 16\angle{-173{,}13°}$$

En cuanto a las tensiones de línea en la carga (que coinciden con la tensión de fase), serán $\sqrt{3}$ superiores a las tensiones fase-neutro, y estarán adelantadas 30°.

$$\mathbf{U}_a = 76{,}20\underline{/-7{,}17^\circ} \qquad \mathbf{U}_{a'c'} = 131{,}98\underline{/22{,}83^\circ}$$

$$\mathbf{U}_b = 76{,}20\underline{/112{,}83^\circ} \qquad \mathbf{U}_{b'a'} = 131{,}98\underline{/142{,}83^\circ}$$

$$\mathbf{U}_c = 76{,}20\underline{/-127{,}17^\circ} \qquad \mathbf{U}_{c'b'} = 131{,}98\underline{/-97{,}17^\circ}$$

Las potencias se pueden hallar en el propio equivalente monofásico fase-neutro:

$$\mathbf{S}_g = 3 \cdot \mathbf{U}_{gFN} \cdot \mathbf{I}^* = 3 \cdot 125{,}76\underline{/-29{,}18^\circ} \cdot 27{,}71\underline{/83{,}13^\circ} = 6.152 + j8.452$$

Por tanto,

$$P_g = 6.152 \text{ W} \qquad Q_g = 8.452 \text{ VAr}$$

La fuente ideal generará:

$$\mathbf{S}_{gi} = 3 \cdot \mathbf{E}_{FN} \cdot \mathbf{I}^* = 3 \cdot 138{,}56\underline{/-30^\circ} \cdot 27{,}71\underline{/83{,}13^\circ} = 6.910 + 9.214$$

Es decir,

$$P_{gi} = 6.910 \text{ W} \qquad Q_{gi} = 9.214 \text{ VAr}$$

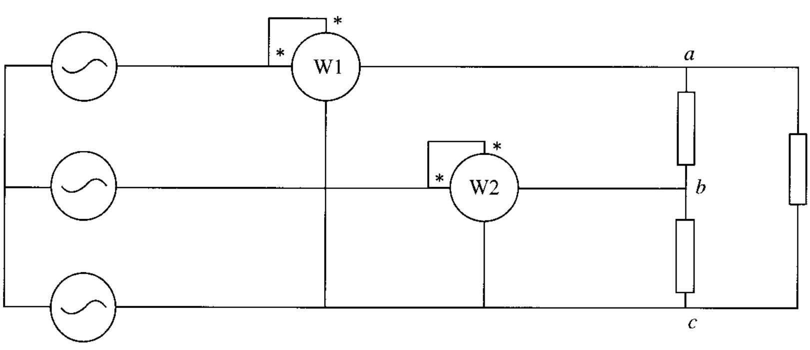
En cuanto al consumo en las distintas impedancias, será el siguiente

$$\mathbf{S}_{zg} = 3 \cdot I_{ac}^2 \mathbf{Z}_g = 3 \cdot 16^2 \cdot (1 + j) = 768 + j768$$
$$\mathbf{S}_l = 3 \cdot I^2 \mathbf{Z}_l = 3 \cdot 27{,}71^2 \cdot (2 + j) = 4.607 + j2.304$$
$$\mathbf{S}_c = 3 \cdot I_{a'c'} \mathbf{Z}_g = 3 \cdot 16^2 \cdot (2 + j8) = 1.536 + j6.144$$

Se puede comprobar que se cumple el teorema de Boucherot.

En cuanto al vatímetro, debido a las operaciones que tienen lugar en el mismo, tendría una lectura de:

$$W = 131{,}98 \cdot 27{,}71 \cdot \cos(22{,}83^\circ + 83{,}13^\circ) = -1.005 \text{ W}$$



La medida de cada vatímetro es:

$$W_1 = UI\cos(\mathbf{U}_{ac}, \mathbf{I}_a) = UI\cos(30^\circ + \varphi) = \frac{300\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\frac{180}{\sqrt{2}}\cos(30^\circ + 53{,}13^\circ) = 5.594 \text{ W}$$

$$W_2 = UI\cos(\mathbf{U}_{bc}, \mathbf{I}_b) = UI\cos(30^\circ - \varphi) = \frac{300\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\frac{180}{\sqrt{2}}\cos(30^\circ - 53{,}13^\circ) = 43.024 \text{ W}$$

La potencia activa y reactiva es:

$$P = W_1 + W_2 = 5.594 + 43.024 = 48.618 \text{ W}$$
$$Q = \sqrt{3}(W_2 - W_1) = \sqrt{3}(43.024 - 5.594) = 64.831 \text{ VAr}$$

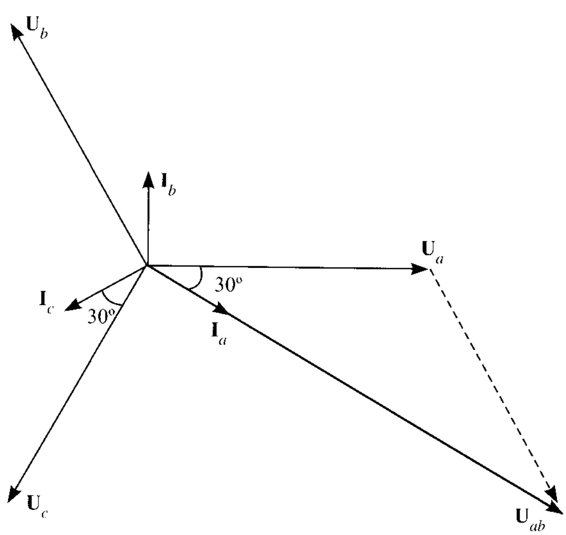
3.4. Un sistema trifásico está formado por una carga equilibrada conectada en triángulo y alimentada por una fuente en estrella, de la que se conocen las siguientes magnitudes:

$$u_a = 200\sqrt{2}\,\text{sen}\,\omega t$$
$$u_b = 200\sqrt{2}\,\text{sen}\,(\omega\tau + 2\pi/3)$$
$$u_c = 200\sqrt{2}\,\text{sen}\,(\omega t - 2\pi/3)$$
$$i_a = 10\sqrt{2}\,\text{sen}\,(\omega t - \pi/6)$$

Se conecta un vatímetro en el sistema, de forma que la bobina amperimétrica mida la intensidad entrante en la fase c y la bobina voltimétrica mida la tensión entre las fases a y b. ¿Cuánto marca este vatímetro? Deducirlo con la ayuda de un diagrama vectorial. ¿Qué tipo de información da este vatímetro?

SOLUCIÓN

El sistema de alimentación es de secuencia inversa. Se dibuja el diagrama vectorial de tensiones e intensidades:



La corriente de la fase c está retrasada 30° respecto a la tensión. De la figura se observa que la tensión $\mathbf{U}_{ab}$ está adelantada 90° con respecto a la tensión $\mathbf{U}_c$, luego el ángulo formado por $\mathbf{I}_c$ y $\mathbf{U}_{ab}$ es 120°. La medida del vatímetro es, por tanto:

$$W = U_{ab}I_c \cos(\mathbf{I}_c, \mathbf{U}_{ab}) = 200\sqrt{3}\cdot 10\cdot\cos 120^\circ = 200\sqrt{3}\cdot 10\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = -1.000 \text{ W}$$

Esta medida da información sobre la potencia reactiva consumida por la carga, pues por tratarse de un sistema de secuencia inversa la potencia reactiva es $Q = -\sqrt{3}\cdot W$. Se demuestra. Llamando φ al ángulo formado por tensión e intensidad de una misma fase, se tiene:

$$W = U_{ab}I_c \cos(\mathbf{I}_c, \mathbf{U}_{ab}) = UI\cos(90^\circ + \varphi) = UI(-\text{sen}\,\varphi) = -UI\,\text{sen}\,\varphi = -\frac{Q}{\sqrt{3}}$$

15. Tres impedancias iguales de $\cos\varphi = 0{,}8$ inductivo se conectan en estrella a un sistema de tensiones trifásico equilibrado de secuencia directa y tensión de línea 200 V. En estas condiciones la potencia consumida por cada impedancia es de 1.000 W. Se pide:

1. Calcular lo que consumiría cada impedancia si en vez de conectarse en estrella se conectasen en triángulo.

2. Valor de las intensidades de fase y de línea en estas condiciones.

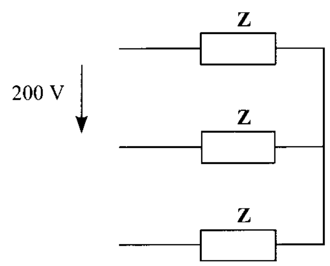
Solución

1. A partir de la expresión de la potencia activa total se calcula la intensidad de línea:

$$P = \sqrt{3}UI\cos\varphi \quad \Rightarrow \quad I = \frac{P}{\sqrt{3}U\cos\varphi} = \frac{3\cdot 1.000}{\sqrt{3}\cdot 200\cdot 0{,}8} = 10{,}82 \text{ A}$$

El módulo de cada impedancia en estrella es:

$$Z = \frac{U/\sqrt{3}}{I} = \frac{200/\sqrt{3}}{10{,}82} = 10{,}67\ \Omega$$

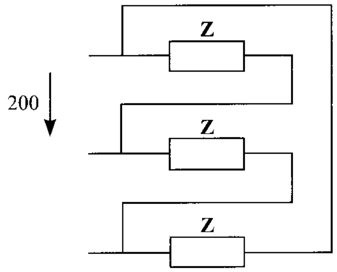


Si estas impedancias se conectaran en triángulo, la intensidad consumida por cada una sería:

$$I_\Delta = \frac{U}{Z} = \frac{200}{10{,}67} = 18{,}74\ \Omega$$

Y la potencia que consumiría cada impedancia en este caso:

$$P_\Delta = I_\Delta U\cos\varphi = 18{,}74\cdot 200\cdot 0{,}8 = 3.000 \text{ W}$$



2. Si la carga se conecta en triángulo la intensidad de fase es la calculada anteriormente, es decir, la que consume cada una de las impedancias:

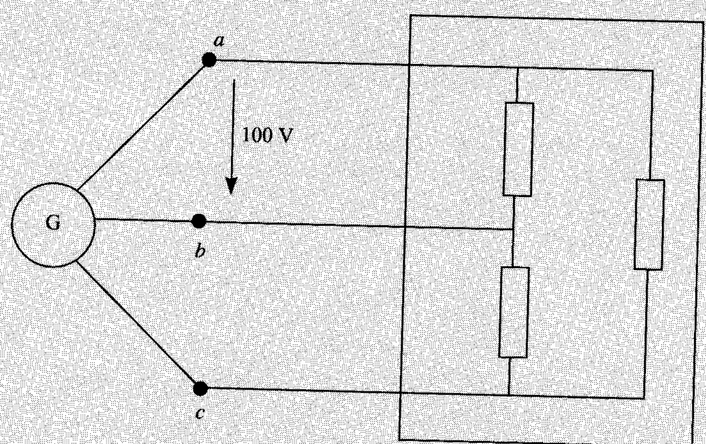
$$I_F = I_\Delta = 18{,}74 \text{ A}$$

Y la intensidad de línea:

$$I_L = \sqrt{3} I_\Delta = \sqrt{3} \cdot 18{,}74 = 32{,}46 \text{ A}$$

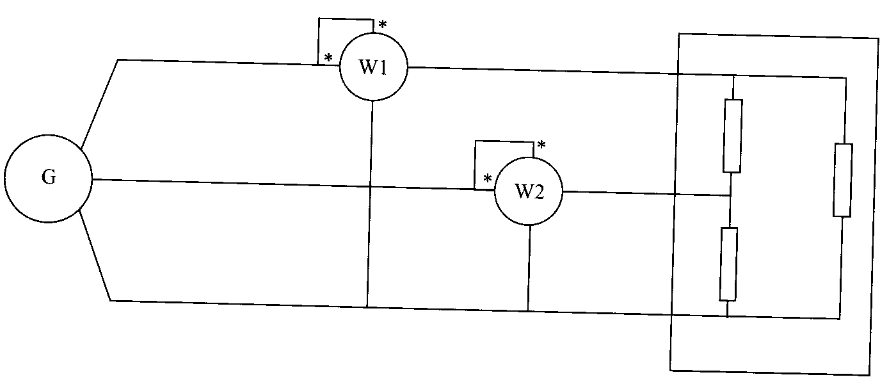
3.6. En la distribución trifásica equilibrada de la figura, la impedancia por fase de la c inaccesible es $4 + j3$. Se pide:

1. Dibujar dónde se colocarían dos vatímetros para medir la potencia consumida po cha carga. Calcular lo que indicaría cada vatímetro.
2. Si sólo dispusiésemos de un vatímetro, decir cómo deberíamos colocarlo para med potencia activa y calcular lo que marcaría.
3. *Ídem* para medir la potencia reactiva.
4. Calcular la capacidad de los condensadores que deberían colocarse en triángulo, en ralelo con la carga, para que el factor de potencia del conjunto fuese 0,9.



Solución

1. La colocación de los dos vatímetros para medir la potencia activa y reactiva consumidas por la carga sería la siguiente:



Para calcular la medida de cada vatímetro se calcula la impedancia compleja:

$$\mathbf{S} = 3\mathbf{UI}^* = 3\mathbf{U}\,\frac{\mathbf{U}^*}{\mathbf{Z}^*} = 3\,\frac{U^2}{\mathbf{Z}^*} = 3\,\frac{100^2}{4 - j3} = 4.800 + j3.600$$

Por tanto, las potencias activa y reactiva consumidas por la carga son:

$$P = 4.800 \text{ W}$$
$$Q = 3.600 \text{ VAr}$$

Estos valores se pueden calcular a partir de las medidas de los vatímetros de la figura según las siguientes expresiones:

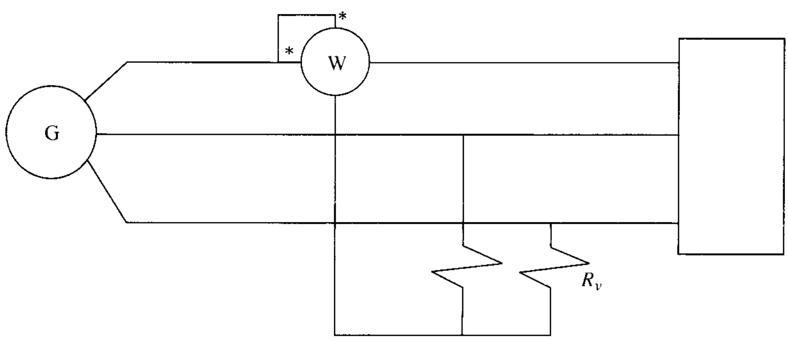
$$W_1 + W_2 = P$$
$$W_1 - W_2 = Q/\sqrt{3}$$

Por tanto, conocidas P y Q se tiene que las medidas de los vatímetros son:

$$W_1 = 3.439 \text{ W}$$
$$W_2 = 1.361 \text{ W}$$

2. Si se dispusiera de un solo vatímetro, debería conectarse como se indica a continuación, en cuyo caso el vatímetro marcaría la potencia consumida por una fase:

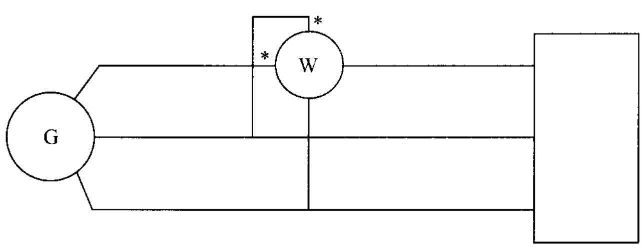
$$W = 4.800/3 = 1.600 \text{ W}$$



R_v es la resistencia de la bobina voltimétrica del vatímetro.

3. Si lo que se desea medir es la potencia reactiva, el vatímetro debe colocarse como indica la siguiente figura, en cuyo caso marcará:

$$W = Q/\sqrt{3} = 3.600/\sqrt{3} = 2.078{,}5 \text{ W}$$



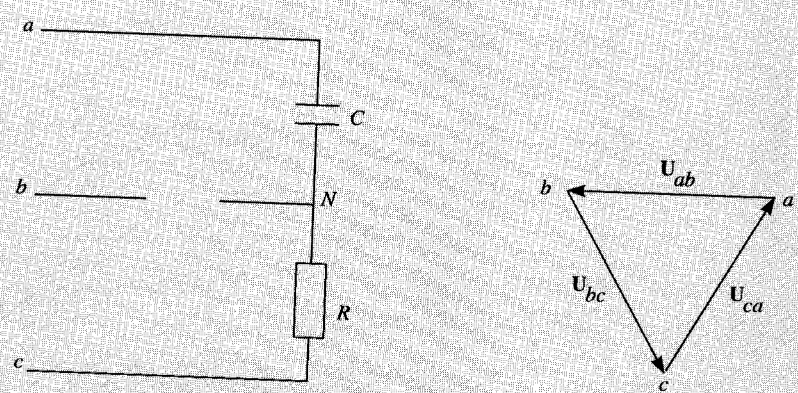
4. La potencia reactiva que deben suministrar los condensadores es:

$$\Delta Q = P(\text{tg}\,\varphi - \text{tg}\,\varphi')$$
$$\Delta Q = 3\omega C_\Delta U^2$$

Igualando ambas expresiones y despejando, la capacidad del condensador conectado en gulo debe ser:

$$C_\Delta = \frac{\Delta Q}{3\omega U^2} = \frac{4.800(0{,}75 - 0{,}48)}{3 \cdot 100\pi \cdot 100^2} = 137{,}5\ \mu\text{F}$$

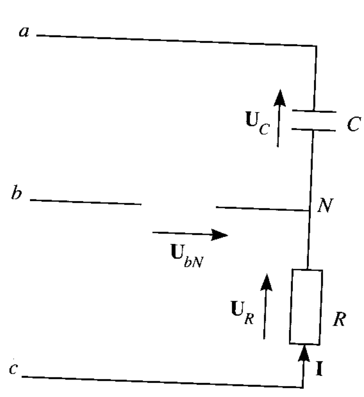
3.7. Las tensiones aplicadas a los terminales a, b y c constituyen el sistema trifásico equil do que se representa en el diagrama vectorial. Discutir si la tensión U_{bN} es mayor o m que la tensión de línea.



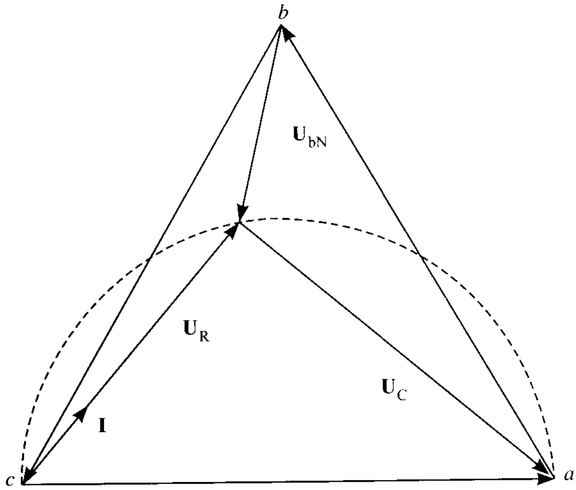
Solución

El diagrama vectorial adjunto representa las tensiones existentes en el circuito del en ciado. La corriente **I**, circulante entre los puntos a y c, es una corriente capacitiva, y tanto, estará adelantada con respecto a la tensión $\mathbf{U}_{ca}$. Esta corriente producirá dos caídas tensión, una resistiva, $\mathbf{U}_R$, en fase con **I**, y otra capacitiva, $\mathbf{U}_C$, retrasada 90° con respecto ella. La suma de ambas tensiones $\mathbf{U}_R$ y $\mathbf{U}_C$ tiene que ser igual a la tensión $\mathbf{U}_{ca}$. Dependien de los valores de la resistencia y del condensador, la corriente podrá estar más o menos ad lantada, pero, dado que la suma de ambas tensiones tiene que ser la tensión $\mathbf{U}_{ca}$, y que ángulo entre ellas tiene que ser de 90°, el lugar geométrico de los posibles puntos N tend que estar situado en una semicircunferencia de diámetro U_{ca}.

En cuanto a la tensión $\mathbf{U}_{bN}$, se representará mediante un segmento que iría desde el pun b hasta el N. Puesto que este último tiene que estar en algún punto de la semicircunferenci indicada, la longitud de este segmento será menor que la tensión de línea, cuyo valor es pro porcional a los lados del triángulo equilátero representado. Todo esto se muestra en el diagra ma vectorial adjunto.



Por tanto, $U_{bN} < U$, siendo U la tensión de línea aplicada.



3.8. El sistema trifásico de la figura de secuencia directa de fases, es equilibrado en las tensiones de entrada. Se conoce la tensión de línea que es de 200 V y que cuando el interruptor K está cerrado los vatímetros W_1 y W_2 dan los dos la misma lectura que es 2 kW. Se pide:

a) Factor de potencia de la instalación con el interruptor K cerrado.

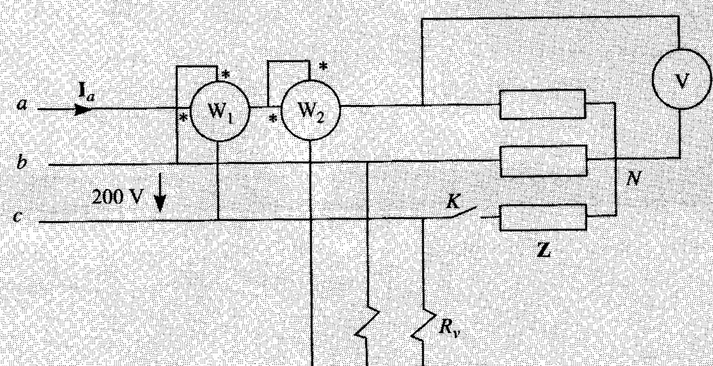
b) Valor de la impedancia $\mathbf{Z} = Z\angle\varphi$.

c) Lecturas de los vatímetros y del voltímetro cuando el interruptor K esté abierto.

Notas:

a) La resistencia R_v es de idéntico valor a la que presenta el circuito voltimétrico del vatímetro W_2.

b) El receptor en estrella equilibrado es de carácter inductivo.



Solución

a) La potencia reactiva consumida por el circuito, cuando está equilibrado, viene dada por la medida del vatímetro W_1:

$$W_1 = Q/\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad Q = 2 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3} \text{ kVAr} > 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Inductivo}$$

Por otra parte, la medida del vatímetro W_2 indica una tercera parte de la potencia activa consumida en la carga:

$$W_2 = P/3 \quad \Rightarrow \quad P = 2 \cdot 10^3 \cdot 3 = 6 \text{ kW}$$

Una vez conocidas P y Q, resulta inmediata la obtención del factor de potencia:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P} = \frac{2\sqrt{3} \cdot 10^3}{6 \cdot 10^3} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad \varphi = 30^\circ \quad \Rightarrow \quad \cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}866$$

b) Para obtener la impedancia, es necesario conocer el valor de tensión y de corriente:

$$S = \sqrt{3}UI \quad \Rightarrow \quad I = \frac{S}{\sqrt{3}U} = \frac{\sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 6^2} \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 200} = \frac{4\sqrt{3} \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 200} = 20 \text{ A}$$

El módulo de la impedancia:

$$Z = \frac{U/\sqrt{3}}{I} = \frac{200/\sqrt{3}}{20} = \frac{10}{\sqrt{3}} \ \Omega$$

Y la impedancia compleja:

$$\mathbf{Z} = \frac{10}{\sqrt{3}} \underline{/30^\circ} \ \Omega$$

c) Cuando se abre el interruptor K, el circuito es desequilibrado, por lo que no se pueden emplear los métodos de análisis de sistemas trifásicos. Se mantiene la tensión entre fases (de línea) de la fuente, pues se trata de una fuente equilibrada.

Por simple divisor de tensión, la tensión entre a y N viene dada por:

$$U_{aN} = U/2 = 100 \text{ V}$$

La tensión $\mathbf{U}_{cN}$ se obtiene sin más que aplicar la segunda ley de Kirchhoff a la malla b-N-c:

$$\mathbf{U}_{cN} = -\mathbf{U}_{bc} + \mathbf{U}_{bN} = 200\underline{/90^\circ} + 100\underline{/180^\circ} = -100 + j200 = 223{,}6\underline{/116{,}6^\circ} \text{ V}$$

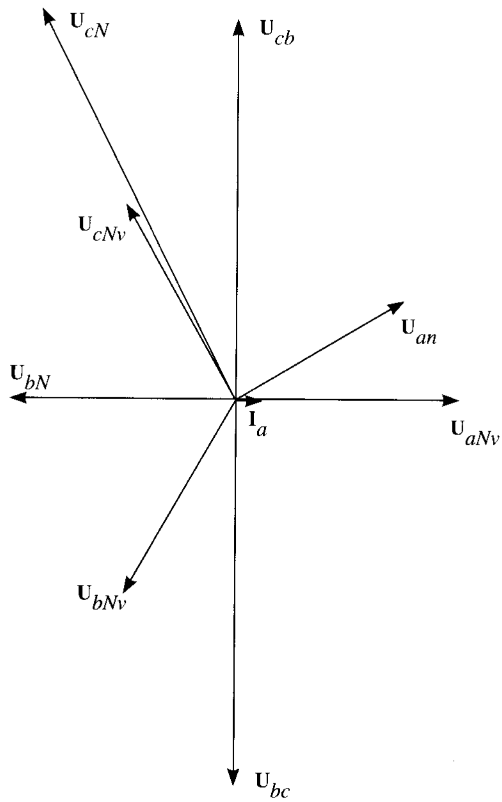
Y la corriente $\mathbf{I}_a$:

$$\mathbf{I}_a = \frac{\mathbf{U}_{ab}}{2\mathbf{Z}} = \frac{200\underline{/30^\circ}}{2 \cdot 10/\sqrt{3}\underline{/30^\circ}} = 10\sqrt{3} \text{ A}$$

La medida de los vatímetros se obtiene a partir de la definición de la medida que proporcionan. Los ángulos se pueden comprobar en el diagrama vectorial adjunto:

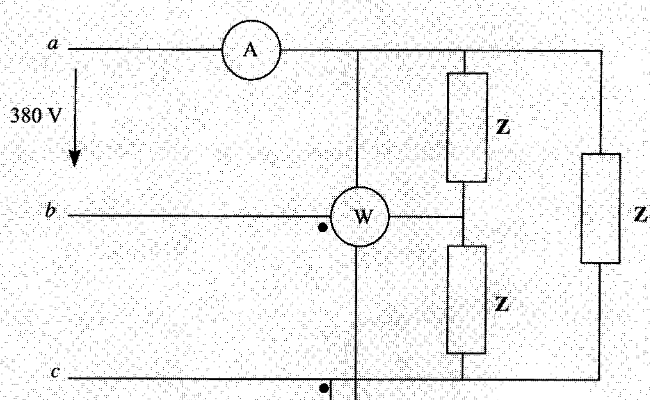
$$W_1 = UI_a \cos(\mathbf{U}_{bc}, \mathbf{I}_a) = 200 \cdot 10\sqrt{3} \cdot 0 = 0 \text{ W}$$

$$W_2 = U_{aN_r} I_a \cos(\mathbf{U}_{aN_r}, \mathbf{I}_a) = \frac{200}{\sqrt{3}} \cdot 10\sqrt{3} \cdot 1 = 2.000 \text{ W}$$



El sistema trifásico de secuencia directa de la figura, es equilibrado en las tensiones de entrada. Este sistema trifásico, de frecuencia 50 Hz y tensión de línea 380 V alimenta una carga de tipo inductivo conectada en triángulo. En estas condiciones, la lectura del amperímetro A es de 4 A y la del vatímetro W de 912 W. Se pide:

1. Intensidad de fase.
2. Valor de la impedancia de carga.
3. Capacidad por fase de los condensadores conectados en estrella, en paralelo con la carga, necesarios para que el factor de potencia de conjunto sea igual a 0,95 inductivo.
4. Intensidad de línea consumida por el conjunto carga-batería de condensadores.



SOLUCIÓN

a) Por estar la carga en triángulo, la intensidad de fase $\sqrt{3}$ es menor que la intensid
línea, es decir:

$$I_F = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}\ \text{A}$$

b) Para calcular la impedancia de carga, tenemos en cuenta que el vatímetro está colo
de forma que permite medir la potencia reactiva consumida por la carga:

$$Q = \sqrt{3}\cdot W = \sqrt{3}\cdot 912 = 1.580\ \text{VAr}$$

Por otra parte, la potencia aparente consumida por la carga es:

$$S = 3\cdot U_F\cdot I_F = 3\cdot 380\cdot\frac{4}{\sqrt{3}} = 2.632{,}7\ \text{VA}$$

A partir de Q y S podemos calcular la potencia activa y el factor de potencia:

$$P = \sqrt{S^2 - Q^2} = \sqrt{2.632{,}7^2 - 1.580^2} = 2.160\ \text{W}$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = 0{,}8$$

El módulo de la impedancia **Z** es:

$$Z = \frac{U_F}{I_F} = \frac{380}{4/\sqrt{3}} = 164{,}5\ \Omega$$

Por tanto, la impedancia compleja de carga es:

$$\mathbf{Z} = 164{,}5(0{,}8 + j0{,}6) = 131{,}6 + j98{,}7\ \Omega$$

c) La potencia reactiva que debe ceder la batería de condensadores conectada en estrella
viene dada por las siguiente expresiones:

$$\Delta Q = P(\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi')$$

$$\Delta Q = 3\omega C\left(\frac{U}{\sqrt{3}}\right)^2 = \omega C U^2$$

Igualando ambas expresiones se tiene que la capacidad de cada condensador debe ser:

$$C = \frac{P(\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi')}{\omega U^2} = \frac{2.106(0{,}75 - 0{,}33)}{100\pi\cdot 380^2} = 19{,}56\ \mu\text{F}$$

d) Por último, la intensidad de línea consumida por el conjunto carga-batería de condensadores es:

$$I' = \frac{P}{\sqrt{3}U\cos\varphi'} = \frac{2.106}{\sqrt{3}\cdot 380\cdot 0{,}95} = 3{,}37\ \text{A}$$

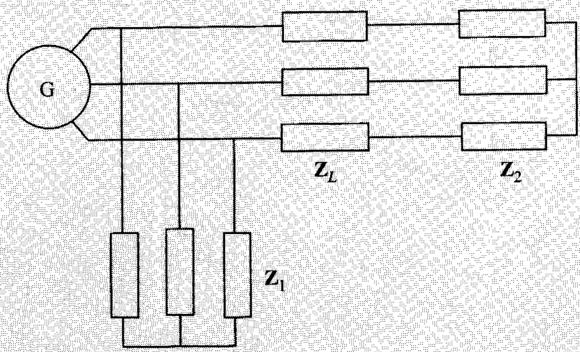
En la figura se representa un sistema trifásico equilibrado. La fuente cede 10 kW. Se pide:

a) Intensidad de línea a la salida del generador.

b) Pérdidas de potencia activa y reactiva en la línea.

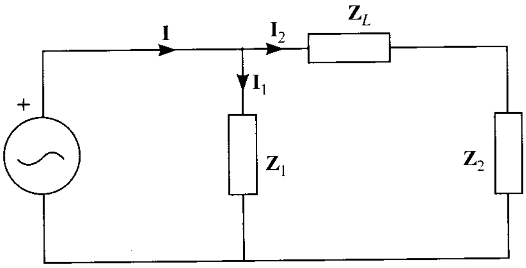
c) Tensión de línea en la carga 1 y en la carga 2

$\mathbf{Z}_1 = 1 + j2 \qquad \mathbf{Z}_2 = 1 + j2 \qquad \mathbf{Z}_L = 2 + j4$



SOLUCIÓN

a) El equivalente monofásico fase-neutro del circuito será:



La impedancia equivalente de la asociación de $\mathbf{Z}_1$, $\mathbf{Z}_L$ y $\mathbf{Z}_2$, es:

$$\mathbf{Z}_{eq} = \frac{\mathbf{Z}_1(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_L)}{\mathbf{Z}_1 + (\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_L)} = \frac{(1 + j2)((1 + j2) + (2 + j4))}{(1 + j2) + ((1 + j2) + (2 + j4))} = \frac{3}{4}(1 + j2)\ \Omega$$

$$P = 3RI^2 \quad \Rightarrow \quad I = \sqrt{\frac{P}{3R}} = \sqrt{\frac{10.000}{3 \cdot 3/4}} = \frac{200}{3}\ \text{A}$$

b) Se calculan las pérdidas de potencia activa y reactiva en la línea:

$$I_2 = \left|\frac{\mathbf{Z}_1}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_L}\right| I = \left|\frac{1 + j2}{4 + j8}\right| \frac{200}{3} = \frac{50}{3}\ \text{A}$$

$$\Delta P_L = 3R_L I_2^2 = 3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{50}{3}\right)^2 = \frac{5.000}{3}\ \text{W}$$

$$\Delta Q_L = 3X_L I_2^2 = 3 \cdot 4 \cdot \left(\frac{50}{3}\right)^2 = \frac{10.000}{3}\ \text{VAr}$$

c) En el circuito equivalente fase-neutro dibujado en el primer apartado, se puede observar que la tensión monofásica en la carga 1 se puede calcular como:

$$U_{1FN} = I \cdot Z_{eq} = \frac{200}{3} \cdot \frac{3}{4} \sqrt{5} = 50\sqrt{5} \text{ V}$$

Y la tensión monofásica en la carga 2:

$$U_{2FN} = I_2 \cdot Z_2 = \frac{50}{3} \sqrt{5} \text{ V}$$

Luego, la tensión de línea en cada una de las cargas viene dada por las expresiones:

$$U_1 = \sqrt{3}\ U_{1FN} = \sqrt{3} \cdot 50\sqrt{5} = 193{,}65 \text{ V}$$

$$U_2 = \sqrt{3}\ U_{2FN} = \sqrt{3} \cdot \frac{50}{3} \sqrt{5} = 64{,}54 \text{ V}$$

3.11. Un calefactor constituye una carga trifásica, equilibrada y resistiva pura. En su placa de características viene la indicación: 5 kW; 380 V. Se conecta dicho calefactor a una red trifásica equilibrada de 380 V a través de 3 cables idénticos, de resistencia 1,5 Ω por cable. En estas condiciones, determinar:

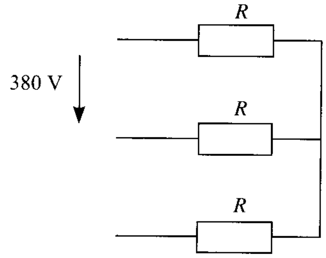
a) La potencia activa consumida por el calefactor.

b) La potencia cedida por la red.

SOLUCIÓN

Para la resolución del problema se supondrá que la carga está conectada en estrella, para que cada resistencia soporte menos tensión. Los resultados, sin embargo, no dependerán de la configuración adoptada. Por tanto, si se supone que la conexión es en estrella, la potencia que consume cada resistencia es:

$$P_R = \frac{P}{3} = \frac{U_F^2}{R}$$

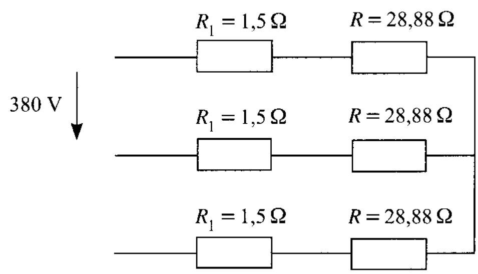


Luego, el valor de la resistencia de cada fase es:

$$R = \frac{3U_F^2}{P} = \frac{3\left(\frac{380}{\sqrt{3}}\right)^2}{5.000} = 28{,}88 \ \Omega$$

Por otra parte, al conectar el calefactor a través de cables de 1,5 Ω, la intensidad de línea demandada es:

$$I = \frac{U_F}{R + R_C} = \frac{380/\sqrt{3}}{28,88 + 1,5} = 7,22 \text{ A}$$



La potencia consumida por el calefactor:

$$P = 3RI^2 = 3 \cdot 28,88 \cdot 7,22^2 = 4.516,4 \text{ W}$$

Y la potencia cedida por la red:

$$P_T = 3(R + R_C)I^2 = 33(28,88 + 1,5)7,22^2 = 4.751 \text{ W}$$

Si la carga se conecta en triángulo, el valor de cada resistencia será:

$$R_\Delta = \frac{3U_F^2}{P} = \frac{3(380)^2}{5.000} = 86,64\ \Omega$$

Pero, para calcular la intensidad de línea, la carga en triángulo se pueden transformar en su estrella equivalente, siendo el valor de cada resistencia:

$$R_Y = \frac{R_\Delta}{3} = 28,88\ \Omega$$

Y por lo tanto, las conclusiones son las mismas que suponiendo las resistencias conectadas en estrella.

.12. El circuito de la figura representa un sistema trifásico equilibrado y se conocen los siguientes datos:

Carga 1: $P_1 = 10,56$ kW $\qquad \cos\varphi_1 = 0,87$ inductivo

Carga 2: $\cos\varphi_2 = 0,8$ capacitivo

Los aparatos de medida tienen las siguientes lecturas: amperímetro $A = 20\sqrt{3}$ A y vatímetro $W_2 = 5280$ W. El valor de la resistencia R_v es igual al valor de la resistencia de la bobina voltimétrica del vatímetro W_2. Se desea saber:

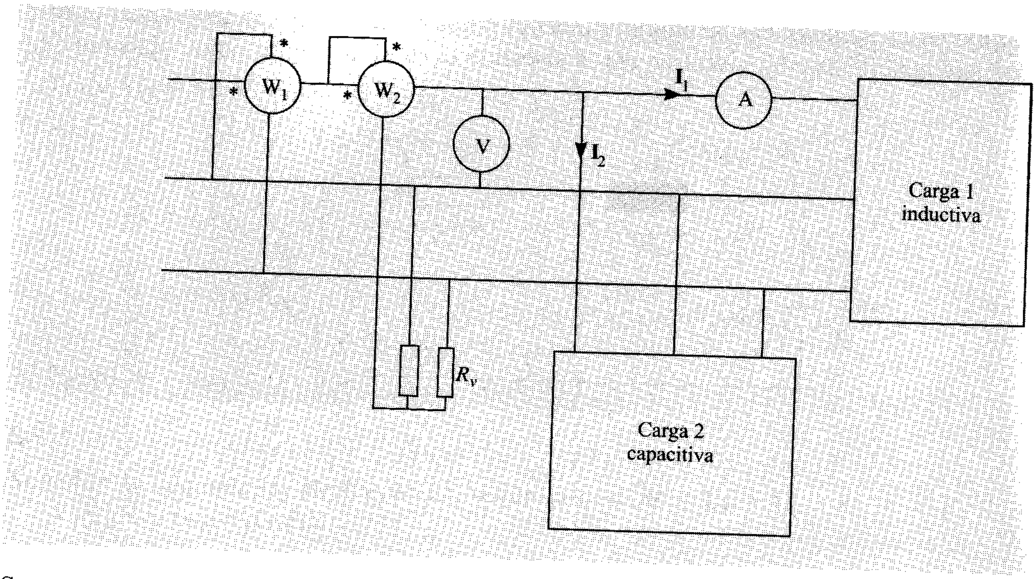
1. La lectura del voltímetro V.

2. La potencia de la carga 2.

3. La intensidad I_2 en valor eficaz.

4. La lectura del vatímetro W_1.

Nota: R_v es el valor de la resistencia de la bobina voltimétrica del vatímetro W_2.



SOLUCIÓN

1. La tensión medida por el voltímetro 1 se puede determinar a partir de los datos de Carga 1, pues

$$P_1 = \sqrt{3}UI_1 \cos\varphi_1$$

de donde:

$$U = \frac{P_1}{\sqrt{3}I_1 \cos\varphi_1} = \frac{10{,}56 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 20\sqrt{3} \cdot 0{,}87} = 202{,}3 \text{ V}$$

2. El vatímetro 2 mide un tercio de la potencia consumida por el conjunto de ambas cargas, luego la potencia trifásica total es:

$$P_T = 3 \cdot W_2 = 3 \cdot 5.280 = 15.840 \text{ W}$$

Conocida la potencia total, la potencia consumida por la carga 2 es:

$$P_2 = P_T - P_1 = 15.840 - 10.560 = 5.280 \text{ W}$$

3. La corriente demandada por la carga 2:

$$I_2 = \frac{P_2}{\sqrt{3}U \cos\varphi_2} = \frac{5.280}{\sqrt{3} \cdot 202{,}3 \cdot 0{,}8} = 18{,}83 \text{ A}$$

4. Por último, la medida del vatímetro 1 es proporcional a la potencia reactiva total:

$$W_1 = \frac{Q_T}{\sqrt{3}}$$

Pero la potencia reactiva total es la suma de las potencias reactivas de cada carga, teniendo en cuenta el carácter de cada una (inductivo o capacitivo).

$$Q_T = Q_1 - Q_2 = P_1 \operatorname{tg}\varphi_1 - P_2 \operatorname{tg}\varphi_2 = 10.560 \cdot 0{,}567 - 5.280 \cdot 0{,}75 = 2.024{,}6 \text{ VAr}$$

Por tanto:

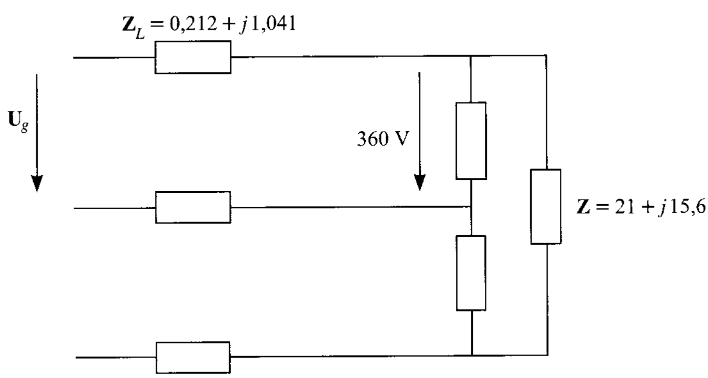
$$W_1 = \frac{2.024{,}6}{\sqrt{3}} = 1.169 \text{ W}$$

.13. Un sistema trifásico equilibrado está formado por una carga unida por una línea de impedancia $\mathbf{Z}_L = 0{,}212 + j \cdot 1{,}041\ \Omega$ por fase a una fuente trifásica de tensiones equilibradas de secuencia directa y frecuencia 50 Hz. La carga consiste en tres impedancias iguales, de valor $\mathbf{Z} = 21 + j \cdot 15{,}6\ \Omega$ conectadas en triángulo. Si el valor eficaz de la tensión de línea en bornes de la carga trifásica es de 360 V calcúlese:

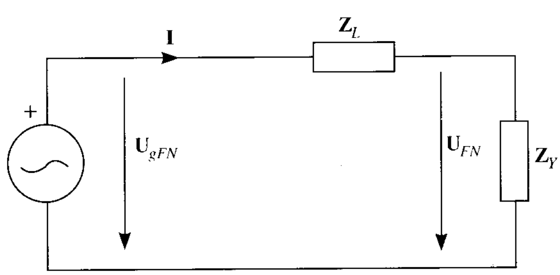
1. Valor eficaz de las corrientes de línea y de fase consumidas por la carga.
2. Potencias activa y reactiva consumidas por la carga.
3. Valor eficaz de la tensión de línea de la fuente trifásica de tensiones.
4. Potencias activa y reactiva generadas por la fuente trifásica.
5. Capacidad por fase de la batería de condensadores que es necesario conectar en triángulo, en paralelo con la carga, para que el factor de potencia del conjunto condensador-carga sea de 0,9 capacitivo.

SOLUCIÓN

1. El esquema del circuito viene dado en la siguiente figura:



De ella se deduce el equivalente monofásico fase-neutro, que se representa a continuación.



2. El valor de la impedancia $\mathbf{Z}_Y$ del equivalente es un tercio de la impedancia $\mathbf{Z}$. Si se toma el valor de la tensión monofásica en la carga como origen de ángulos, la corriente de línea es:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{U}_{FN}}{\mathbf{Z}_Y} = \frac{360/\sqrt{3}}{\dfrac{21 + j15{,}6}{3}} = 19{,}13 - j14{,}21 \text{ A} = 23{,}83\underline{/-36{,}61^\circ} \text{ A}$$

La corriente de fase en la carga en triángulo es $\sqrt{3}$ veces menor. Luego, los valores ces de las corrientes de línea y de fase son:

$$I = 23{,}83 \text{ A}$$

$$I_F = I/\sqrt{3} = 13{,}76 \text{ A}$$

Las potencias activa y reactiva consumidas por la carga son:

$$P = 3RI_F^2 = 3 \cdot 21 \cdot 13{,}76^2 = 11.930 \text{ W}$$

$$Q = 3XI_F^2 = 3 \cdot 15{,}6 \cdot 13{,}76^2 = 8.861 \text{ VAr}$$

3. La tensión fase-neutro en el generador, se puede calcular aplicando la segunda le Kirchhoff al circuito monofásico equivalente dibujado en el primer apartado:

$$\mathbf{U}_{gFN} = \mathbf{Z}_L\mathbf{I} + \mathbf{U}_{FN} = (0{,}212 + j1{,}041)(19{,}13 - j14{,}21) + \frac{360}{\sqrt{3}} = 226{,}7 + j16{,}9 \text{ V} = 227{,}3\angle 4{,}2$$

Y la tensión de línea en el generador será:

$$U_g = \sqrt{3}U_{gFN} = \sqrt{3} \cdot 227{,}3 = 393{,}7 \text{ V}$$

4. Las potencias activa y reactiva generadas por la fuente serán iguales a las consumidas la línea y la carga:

$$P_g = \Delta P_L + P = 3R_L \cdot I^2 + P = 3 \cdot 0{,}121 \cdot 23{,}83^2 + 11.930 = 12136 \text{ W}$$

$$Q_g = \Delta Q_L + Q = 3X_L \cdot I^2 + Q = 3 \cdot 1{,}041 \cdot 23{,}83^2 + 8.861 = 10.634 \text{ VAr}$$

5. La capacidad de la batería de condensadores en triángulo se calcula mediante la sigu expresión:

$$C_\Delta = \frac{P(\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi')}{3\omega U^2} = \frac{11.930(0{,}74 + 0{,}48)}{3 \cdot 100\pi \cdot 360^2} = 119{,}2\ \mu\text{F}$$

ya que:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{Q}{P} = 0{,}74$$

$$\operatorname{tg}\varphi' = -\operatorname{tg}(\arccos(0{,}9)) = -0{,}48$$

(el signo negativo se debe al carácter capacitivo que debe tener el conjunto después de co tar la batería de condensadores).

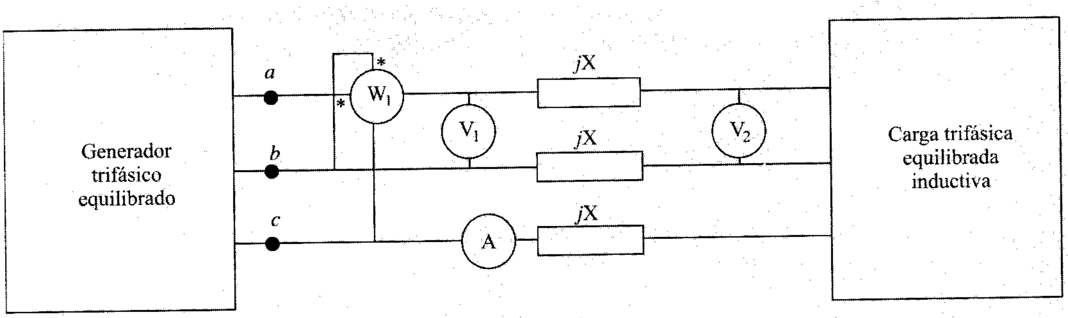
3.14. En el sistema trifásico equilibrado de secuencia directa indicado en la figura, las lectu de los aparatos de medida son respectivamente $V_1 = 2$ kV; $V_2 = 1{,}8$ kV; $A = 40$ A $W = 40$ kW. Determinar:

a) Factor de potencia de la carga e impedancia de carga si está conectada en triángulo.

b) Reactancia X de la línea.

c) Capacidad por fase de la batería de condensadores, en triángulo, que conectada en pa ralelo con la carga haga que el conjunto carga-condensadores tenga un factor de po tencia unidad ($f = 50$ Hz).

d) Lectura de los aparatos de medida después de colocar la batería de condensadores se mantiene la tensión V_1 del generador.



SOLUCIÓN

a) Para hallar el factor de potencia en la carga se necesita conocer la potencia activa que consume, pues:

$$\cos\varphi = \frac{P}{\sqrt{3}IU_2}$$

La potencia consumida por la carga se obtiene a partir de la medida del vatímetro. Ésta es proporcional a la potencia reactiva del conjunto formado por la línea y la carga, que coincide con la potencia reactiva cedida por el generador:

$$Q_g = \sqrt{3}\cdot W_1 = \sqrt{3}\cdot 40\cdot 10^3 \text{ VAr}$$

$$Q_g = \sqrt{3}\cdot U_1 I \operatorname{sen}\varphi_g \quad\Rightarrow\quad \operatorname{sen}\varphi_g = \frac{Q_g}{\sqrt{3}\cdot U_1 I} = \frac{\sqrt{3}\cdot 40\cdot 10^3}{\sqrt{3}\cdot 2\cdot 10^3\cdot 40} = \frac{1}{2}$$

Por tanto, $\varphi_g = 30^\circ$, y la potencia activa cedida por el generador es:

$$P_g = \sqrt{3}U_1 I\cos\varphi_g = \sqrt{3}\cdot 2\cdot 10^3\cdot 40\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 120\cdot 10^3 \text{ W}$$

Pero como la línea es puramente inductiva, la potencia consumida por la carga es igual a la potencia cedida por el generador.

Luego el factor de potencia de la carga es:

$$\cos\varphi = \frac{120\cdot 10^3}{\sqrt{3}\cdot 1{,}8\cdot 10^3\cdot 40} = 0{,}96$$

La impedancia de carga es:

$$Z = \frac{U_2}{I_F} = \frac{1.800}{40/\sqrt{3}} = 78\ \Omega \quad\Rightarrow\quad \mathbf{Z} = 78(0{,}96 + j0{,}28) = 74{,}88 + j21{,}84\ \Omega$$

b) La potencia reactiva consumida por la carga es:

$$Q = P\cdot\operatorname{tg}\varphi = 120\cdot 10^3\cdot 0{,}29 = 34{,}8 \text{ kVAr}$$

Y la potencia reactiva consumida por la línea será la diferencia entre la generada por el generador y la consumida por la carga:

$$Q_1 = Q_g - Q = \sqrt{3}\cdot 40 - 34{,}8 = 34{,}5 \text{ kVAr}$$

$$Q_1 = 3XI^2 \quad\Rightarrow\quad X = \frac{Q_1}{3I^2} = \frac{34{,}5\cdot 10^3}{3\cdot 40^2} = 7{,}18\ \Omega$$

c) Para que el factor de potencia del conjunto carga-condensadores sea la unidad, éstos ben ceder toda la potencia reactiva que consume la carga, luego la capacidad de cada con sador será:

$$C_\Delta = \frac{Q}{3\omega U_2^2} = \frac{34{,}5 \cdot 10^3}{3 \cdot 100\pi \cdot (1{,}8 \cdot 10^3)^2} = 11{,}3\ \mu\text{F}$$

De esta forma el conjunto carga-condensadores resulta puramente resistivo con una re tencia por fase igual a $R = 74{,}88\ \Omega$.

d) Si pasamos a la estrella equivalente, la resistencia será $R_Y = 24{,}96\ \Omega$.
Para hallar la nueva intensidad de línea se toma el equivalente fase-neutro:

$$I' = \frac{U_1/\sqrt{3}}{|R_Y + jX|} = \frac{2 \cdot 10^3/\sqrt{3}}{|24{,}96 + j7{,}18|} = 44{,}46\ \text{A} \equiv \text{medida del amperímetro A}$$

La tensión fase-neutro en la carga es:

$$U'_{2FN} = I'R_Y = 44{,}46 \cdot 24{,}96 = 1.109{,}72\ \text{V}$$

Y la tensión de línea:

$$U'_2 = \sqrt{3}U'_{2FN} = \sqrt{3} \cdot 1.109{,}72 = 1.922{,}09\ \text{V} \equiv \text{medida del voltímetro } V_2$$

Por último, la medida del vatímetro W_1 es proporcional a la potencia reactiva de la lí por ser el conjunto carga-condensadores puramente resistivo:

$$Q'_1 = 3XI'^2 = 3 \cdot 7{,}18 \cdot 44{,}46^2 = 42.577{,}94\ \text{VAr}$$

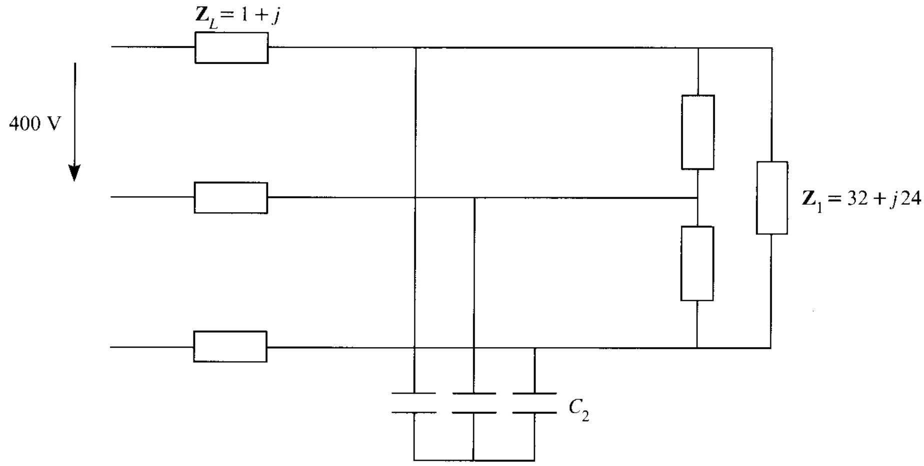
$$W_1 = \frac{Q'_1}{\sqrt{3}} = \frac{42.577{,}94}{\sqrt{3}} = 24.582{,}4\ W$$

3.15. Tres conductores, cada uno con una impedancia $\mathbf{Z}_L = 1 + j\ \Omega$, se utilizan para alimen dos cargas trifásicas, conectadas en paralelo. El extremo inicial de los conductores, conecta a una fuente trifásica de tensiones equilibradas y de secuencia directa de 400 (tensión de línea) a una frecuencia de 50 Hz. El extremo final de los conductores es conectado al conjunto en paralelo de las dos cargas. Una de las cargas está conectada triángulo y su impedancia por fase vale $\mathbf{Z}_1 = 32 + j24\ \Omega$. La segunda carga es una estre equilibrada, de neutro aislado, formada por condensadores de un valor por fase de C_2, que el conjunto de las dos cargas presenta factor de potencia unidad.

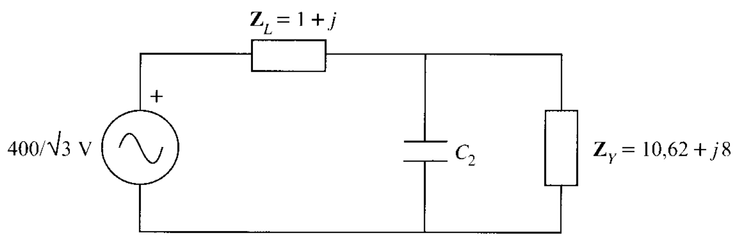
1. Calcúlese el valor de C_2 en μF.
2. Calcúlense las tensiones de línea y de fase en cada una de las cargas, y las intensi des de línea en los conductores de alimentación, en módulo y argumento.
3. Calcúlense las potencias, activa y reactiva absorbidas por la carga 1 y cedidas por fuente de tensión.

Solución

1. El esquema de las cargas es el representado a continuación:



De este circuito, el equivalente monofásico fase-neutro será:



La impedancia equivalente de la carga 1 es la tercera parte del valor de la original, conectada en triángulo, puesto que es su impedancia equivalente en estrella.

Una de las formas posibles de obtener el valor de C_2, es a partir de la admitancia equivalente del condensador y $\mathbf{Z}_Y$, $\mathbf{Y}_p$, que será:

$$\mathbf{Y}_p = \mathbf{Y}_Y + j\omega C = 0{,}06 + j(\omega C - 0{,}045)$$

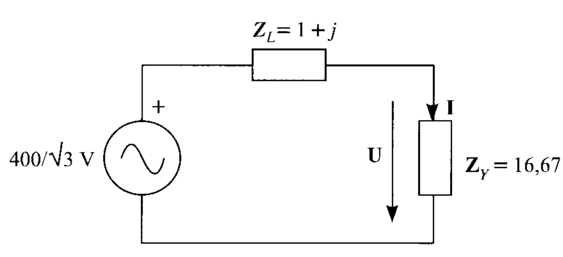
Donde:

$$\mathbf{Y}_Y = 1/\mathbf{Z}_Y = 0{,}06 - j0{,}045$$

Puesto que el sistema es puramente resistivo, la parte imaginaria de la admitancia equivalente tiene que ser cero, por lo que:

$$\omega C - 0{,}045 = 0, \text{ esto es; } C = 0{,}045/100\pi = 0{,}14 \text{ mF}$$

2. A fin de simplificar el análisis, se sustituirá el paralelo de la impedancia $\mathbf{Z}_1$ con el condensador C_2 por su impedancia equivalente, puramente resistiva, y cuyo valor será $\mathbf{Z}_p = 1/0{,}06 = 16{,}67\ \Omega$. El circuito monofásico fase-neutro será el siguiente:



La corriente que circulará por la carga será:

$$\mathbf{I} = \frac{400/\sqrt{3}}{16{,}67 + j} = 13{,}05\underline{/-3{,}24^{\circ}}$$

la tensión fase neutro en la carga:

$$U_{FN} = 13{,}05 \cdot 16{,}67 = 217{,}54 \text{ V}$$

que será la tensión aplicada a los condensadores. La tensión de línea será $U = \sqrt{3} \cdot 217{,}5$ $= 376{,}8$ V. Esta tensión será también la tensión de fase de la carga $\mathbf{Z}_2$.

Los fasores de tensión de fase y de línea serán:

$$\mathbf{U}_{FN} = 217{,}43\underline{/-3{,}24^{\circ}} \qquad \mathbf{U}_{FF} = 376{,}8\underline{/-3{,}24^{\circ} + 30^{\circ}}$$

3. La potencia activa consumida por la impedancia $\mathbf{Z}_1$ será:

$$P_1 = 3 \cdot I^2 \cdot R = 3 \cdot 13{,}05^2 \cdot 16{,}67 = 85.815 \text{ W}$$

En tanto que la potencia reactiva consumida por el condensador:

$$Q_2 = -3\omega C U_{FN}^2 = -100\pi\, 0{,}14 \cdot 10^{-3} \cdot 217{,}43^2 = -6.237{,}9 \text{ VAr}$$

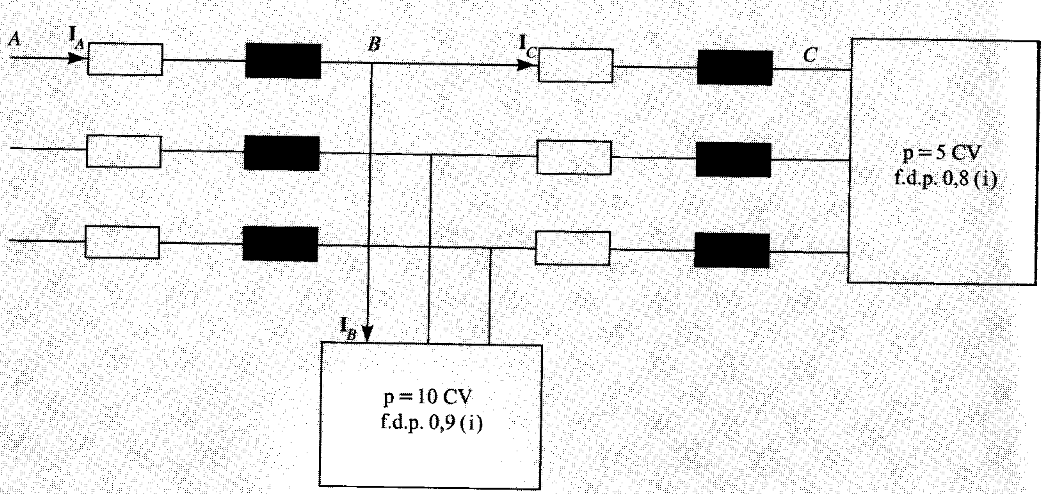
En cuanto a la potencia reactiva consumida por la carga 1, será igual a la generada por los condensadores, esto es, $Q_1 = -Q_2 = 6237{,}9$ VAr.

3.16. En el circuito de la figura, la distancia de A a B es de 2 km y la distancia de B a C es de 3 km. La línea tiene en todo su recorrido una sección de 95 mm², con una resistividad de 0,018 $\Omega \cdot$ mm²/m y una reactancia de 0,25 Ω/km. Si se conoce que la tensión de línea en C es de 380 V, calcúlese:

a) Tensiones de línea en A y en B.

b) Valores eficaces de las intensidades $\mathbf{I}_A$, $\mathbf{I}_B$, e $\mathbf{I}_C$.

c) Capacidad de cada uno de los condensadores que sería necesario conectar en triángulo en el punto A para que el factor de potencia del conjunto sea la unidad.



Nota: 1 CV = 736 W. Fecuencia $f = 50$ Hz.

SOLUCIÓN

a) Se calcula en primer lugar la resistencia y reactancia de cada uno de los tramos:

$$R_{AB} = \rho \frac{l_{AB}}{s} = 0{,}018 \frac{2.000}{95} = 0{,}38\ \Omega$$

$$R_{BC} = \rho \frac{l_{BC}}{s} = 0{,}018 \frac{3.000}{95} = 0{,}57\ \Omega$$

$$X_{AB} = 0{,}25 \cdot 2 = 0{,}5\ \Omega$$

$$X_{BC} = 0{,}25 \cdot 3 = 0{,}75\ \Omega$$

Luego:

$$\mathbf{Z}_{AB} = 0{,}38 + j0{,}5$$

$$\mathbf{Z}_{BC} = 0{,}57 + j0{,}75$$

Por otra parte, se puede calcular la intensidad de línea en C, a partir de la expresión de la potencia activa, teniendo en cuenta que 1 CV equivale a 736 W:

$$I_C = \frac{P_C}{\sqrt{3} U_C \cos\varphi} = \frac{5 \cdot 736}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0{,}8} = 7\ \text{A}$$

Si se toma la tensión de fase en C como origen de ángulos,

$$\mathbf{U}_{CF} = \frac{380}{\sqrt{3}} \underline{/0^\circ}$$

el factor de potencia de la carga permite conocer la fase de la intensidad de línea en C:

$$\cos\varphi = 0{,}8(i) \quad \Rightarrow \quad \varphi = -36{,}87^\circ$$

$$\mathbf{I}_C = 7\underline{/-36{,}87^\circ}\ \text{A} = 5{,}6 - \text{j}4{,}2\ \text{A}$$

Conocidas la intensidad y la impedancia de la línea, se puede hallar la tensión fase-neutro en B:

$$\mathbf{U}_{BFN} = \mathbf{U}_{CFN} + \mathbf{Z}_{BC} \cdot \mathbf{I}_C = \frac{380}{\sqrt{3}} + (0{,}57 + j0{,}75) \cdot (5{,}6 - j4{,}2) = 225{,}74 + j1{,}81 = 225{,}74\underline{/0{,}46^\circ}\ \text{V}$$

Y la tensión de línea en B *es*:

$$U_B = \sqrt{3} \cdot 225{,}74 = 391\ \text{V}$$

Conocida la tensión en B se calcula la corriente de línea en B:

$$I_B = \frac{P_B}{\sqrt{3} U_B \cos\varphi} = \frac{10 \cdot 736}{\sqrt{3} \cdot 391 \cdot 0{,}9} = 12{,}08\ \text{A}$$

$$\mathbf{I}_B = 12{,}08\underline{/0{,}46^\circ} - \arccos(0{,}9) = 12{,}08\underline{/-25{,}38^\circ}\ \text{A} = 10{,}91 - j5{,}18\ \text{A}$$

A partir de las corrientes de línea en B y C se tiene la corriente de línea en A:

$$\mathbf{I}_A = \mathbf{I}_B + \mathbf{I}_C = (10{,}91 - j5{,}18) + (5{,}6 - j4{,}2) = 16{,}51 - j9{,}38 = 19\underline{/-29{,}59^\circ}\ \text{A}$$

La tensión fase-neutro en A será:

$$\mathbf{U}_{AFN} = \mathbf{U}_{BFN} + \mathbf{Z}_{AB} \cdot \mathbf{I}_A = (225{,}74 + j1{,}81) + (0{,}38 + j0{,}5) \cdot (16{,}51 - j9{,}38) =$$
$$= 236{,}70 + j6{,}50 = 236{,}79\underline{/1{,}57^{\circ}} \text{ V}$$

Y, por tanto, la tensión de línea en A:

$$U_A = \sqrt{3} \cdot 236{,}79 = 410 \text{ V}$$

Los valores eficaces de las intensidades en A, B y C son $I_A = 19$ A, $I_B = 12{,}08$ A $I_C = 7$ A.

Para que el factor de potencia del conjunto sea la unidad, los condensadores deben ced toda la potencia reactiva consumida por el conjunto de las dos cargas y de la línea. Dic potencia reactiva se puede calcular a partir de la potencia aparente en el punto A. La poten aparente de cada fase en el punto A es:

$$\mathbf{S}_{AF} = \mathbf{U}_{AF} \cdot \mathbf{I}_A^* = 236{,}79\underline{/1{,}57^{\circ}} \cdot 19\underline{/29{,}59^{\circ}} = 4.499\underline{/31{,}16^{\circ}} \text{ VA} = 3.849{,}91 + j2.327{,}92 \text{ VA}$$

Luego, la potencia reactiva cedida por cada condensador debe ser $Q = 2.327{,}92$ VAr. Como dicha potencia tiene por expresión:

$$Q = \omega C_{\Delta} U_A^2$$

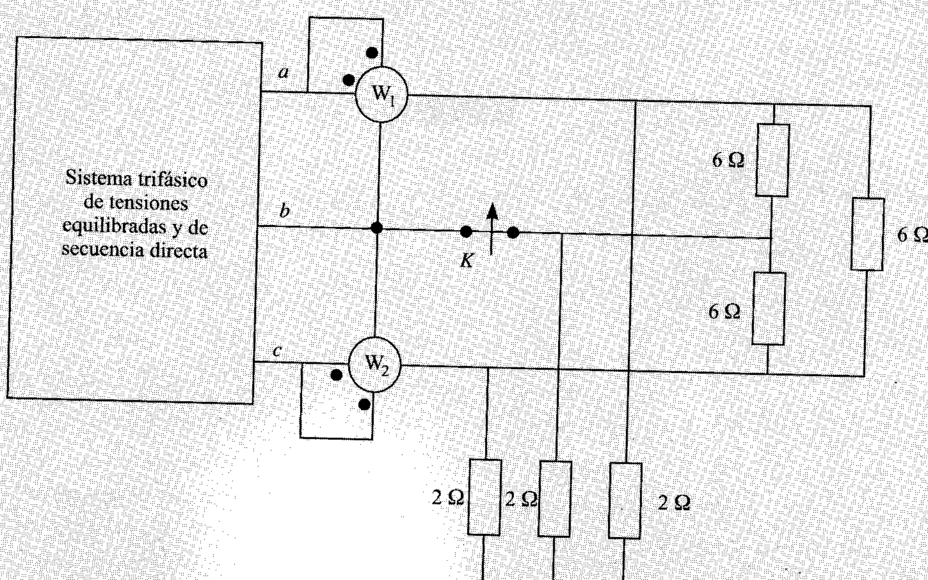
La capacidad de cada condensador debe ser:

$$C_{\Delta} = \frac{Q}{\omega U_A^2} = \frac{2.327{,}92}{100\pi \cdot 410^2} = 4{,}41 \cdot 10^{-5} \text{ F} = 44{,}1 \ \mu\text{F}$$

3.17. En el sistema trifásico equilibrado de secuencia directa de la figura se pide:

a) Lectura del vatímetro W_2 y la tensión de alimentación si la lectura del vatímetro W_1 es de 150 W.

b) Lectura de los vatímetros cuando se abre el interruptor K y se mantienen las tensiones de alimentación.



Solución

a) Por la conexión de los dos vatímetros, se tiene:

$$W_1 + W_2 = P$$

$$W_2 - W_1 = \frac{Q}{\sqrt{3}}$$

Como el conjunto de las dos cargas es puramente resistivo, la potencia reactiva es nula y de la segunda expresión se deduce el valor de W_2, $W_2 = W_1 = 150$ W.

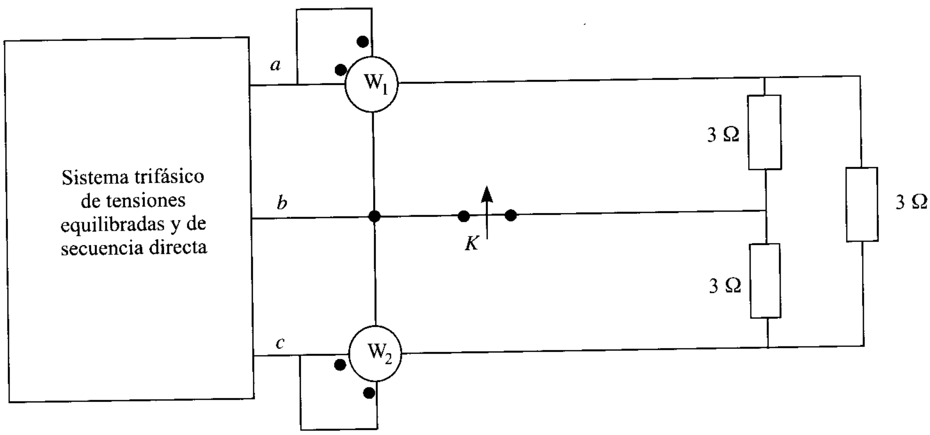
Entrando en la primera expresión se tiene el valor de la potencia activa:

$$P = 2 \cdot 150 = 300 \text{ W}$$

Una vez conocido este valor, habrá que hallar la resistencia equivalente de las dos cargas en paralelo con el fin de obtener la tensión. En primer lugar se halla la resistencia equivalente al triángulo de la carga de 2 Ω por fase, que será $R_{1\Delta} = 3 \cdot 2$ Ω. A continuación se obtiene la resistencia resultante del paralelo de las dos cargas:

$$R_{eq} = \frac{R_{1\Delta} \cdot R_{2\Delta}}{R_{1\Delta} + R_{2\Delta}} = \frac{6 \cdot 6}{6 + 6} = 3 \ \Omega$$

y el circuito resultante es el de la figura.



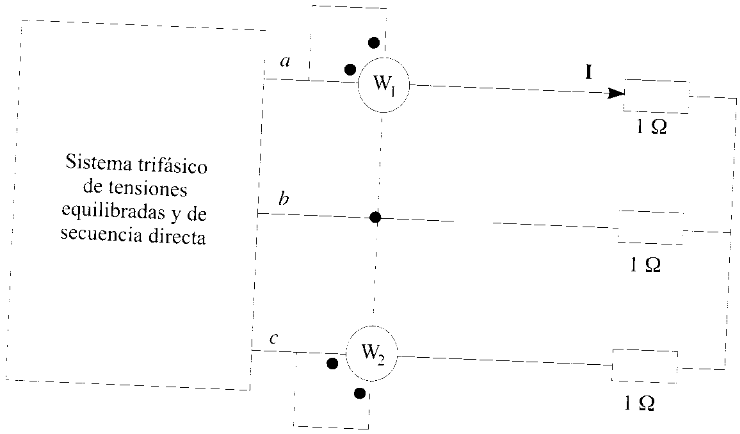
La potencia consumida por el conjunto de ambas cargas tiene por expresión:

$$P = 3 \frac{U^2}{R_{eq}}$$

Y la tensión de línea:

$$U = \sqrt{\frac{P \cdot R_{eq}}{3}} = \sqrt{\frac{300 \cdot 3}{3}} = 10\sqrt{3} \text{ V}$$

b) Cuando se abre el interruptor, el circuito queda como se muestra a continuación. En la figura se ha sustituido el triángulo por su estrella equivalente:



La intensidad I vale:

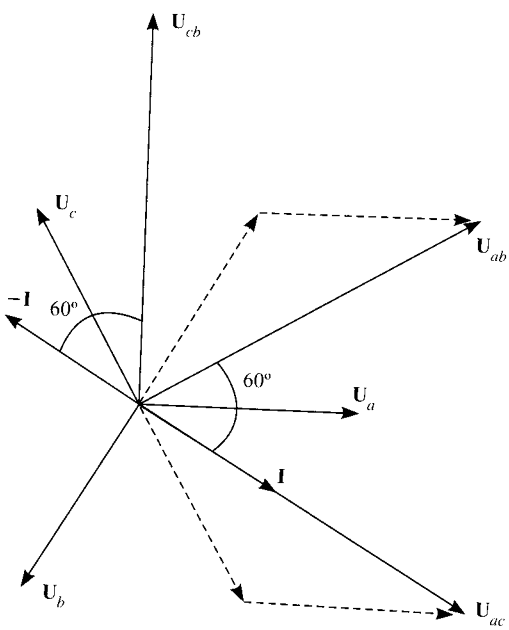
$$I = \frac{U_{ac}}{2R} = \frac{10\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\ \text{A}$$

De la figura se deduce que las medidas de ambos vatímetros son, respectivamente:

$$W_1 = UI\cos(\mathbf{U}_{ab}, \mathbf{I}_a) = UI\cos(\mathbf{U}_{ab}, \mathbf{I})$$

$$W_2 = UI\cos(\mathbf{U}_{cb}, \mathbf{I}_c) = UI\cos(\mathbf{U}_{cb}, -\mathbf{I})$$

Se necesita conocer el ángulo formado por $\mathbf{I}$ y $\mathbf{U}_{ab}$ en el primer caso y el formado por $-\mathbf{I}$ y $\mathbf{U}_{cb}$ en el segundo, para lo cual se dibuja el diagrama vectorial de tensiones e intensidades:



Para que aparezcan las tensiones $\mathbf{U}_a$, $\mathbf{U}_b$ y $\mathbf{U}_c$, es necesario suponer que las tensiones de la alimentación están conectadas en estrella.

Se puede observar que los dos ángulos buscados son iguales entre sí y con un valor de 60°, por lo que la medida de ambos vatímetros es:

$$W_1 = W_2 = 5\sqrt{3} \cdot 10\sqrt{3} \cdot \cos(60^\circ) = 75\ \text{W}$$

El siguiente circuito trifásico es totalmente equilibrado y el amperímetro indica:

$$\frac{10}{\sqrt{3}}\ \text{A}$$

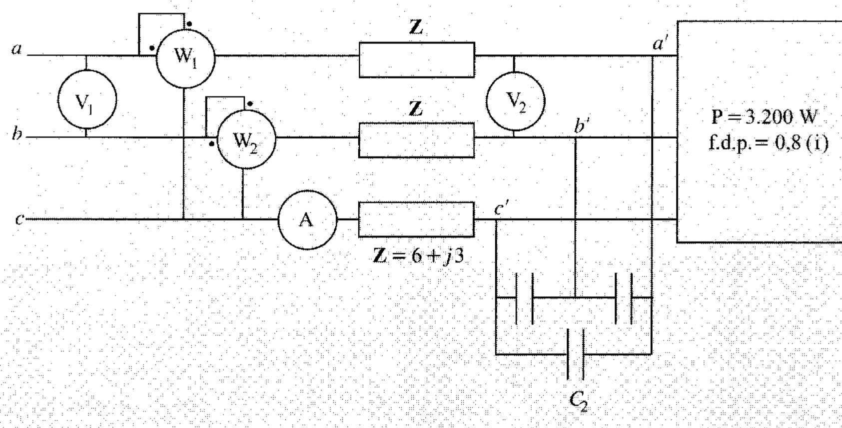
Se pide:

a) Potencia reactiva necesaria de los condensadores conectados en $a'b'c'$ para que el sistema total conectado en abc tenga un factor de potencia unidad.

b) Indicación del voltímetro V_1 y de los vatímetros W_1 y W_2.

c) Indicación del voltímetro V_2.

d) Capacidad por fase de los condensadores conectados en triángulo.



Nota: frecuencia $f = 50$ Hz.

SOLUCIÓN

a) La potencia reactiva consumida por la carga es:

$$Q = P \cdot \text{tg}\,\varphi = 3.200 \cdot 0{,}75 = 2.400 \text{ VAr}$$

La potencia reactiva consumida por la línea es:

$$Q_L = 3 \cdot X_L \cdot I^2 = 3 \cdot 3 \cdot \left(\frac{10}{\sqrt{3}}\right)^2 = 300 \text{ VAr}$$

Luego los condensadores deben ceder la suma de ambas:

$$Q_C = Q + Q_L = 2.400 + 300 = 2.700 \text{ VAr}$$

b) La potencia activa consumida por la línea es:

$$P_L = 3R_L I^2 = 3 \cdot 6 \cdot \left(\frac{10}{\sqrt{3}}\right)^2 = 600 \text{ W}$$

Entonces:

Potencia activa total $\quad P_T = P + P_L = 3.200 + 600 = 3.800$ W

Potencia reactiva total $\quad Q_T = Q + Q_L - Q_C = 2.400 + 300 - 2.700 = 0$ VAr

Como:

$$W_1 + W_2 = P \quad \text{y} \quad W_1 - W_2 = \frac{Q}{\sqrt{3}}$$

se tiene que $W_1 = W_2 = P_T/2 = 1.900$ W.

La tensión de línea en *abc* es:

$$U_1 = \frac{P_T}{\sqrt{3}I\cos\varphi} = \frac{3.800}{\sqrt{3}\cdot\frac{10}{\sqrt{3}}\cdot 1} = 380 \text{ V}$$

c) Para obtener la tensión de línea en $a'b'c'$ se calcula la potencia aparente del conjunto carga-condensadores:

$$S = \sqrt{P^2 + (Q - Q_C)^2} = \sqrt{3.200^2 + (2.400 - 2.700)^2} = 3.214 \text{ VA}$$

$$S = \sqrt{3}IU_2 \quad \Rightarrow \quad U_2 = \frac{S}{\sqrt{3}I} = \frac{3.214}{\sqrt{3}\,\frac{10}{\sqrt{3}}} = 321{,}4 \text{ V}$$

d) La capacidad por fase de los condensadores es:

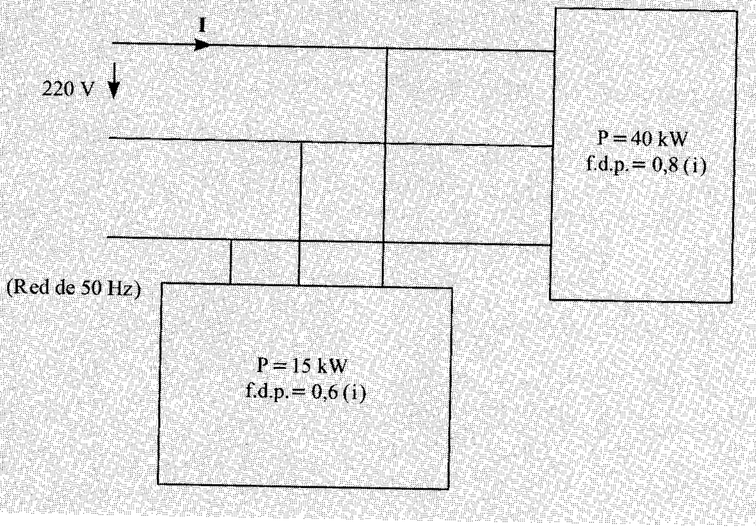
$$C_\Delta = \frac{Q_C}{3\omega U_2^2} = \frac{2.700}{3\cdot 100\pi\cdot 321{,}4^2} = 27{,}73\ \mu\text{F}$$

3.19. El circuito trifásico de la figura es totalmente equilibrado. Determinar:

a) Intensidad I absorbida por la red.

b) Factor de potencia total.

c) Capacidad por fase de la batería de condensadores conectados en estrella para que la intensidad I sea 0,9 veces la calculada en el Apartado a).



SOLUCIÓN

a) Se calcula en primer lugar la potencia aparente del conjunto de las dos cargas:

$$S = \sqrt{(P_1 + P_2)^2 + (Q_1 + Q_2)^2} = \sqrt{(15 + 40)^2 + (30 + 20)^2} = 74{,}33 \text{ kVA}$$

Y, a partir de ella, se obtiene la intensidad de línea:

$$I = \frac{S}{\sqrt{3}U} = \frac{74{,}33\cdot 10^3}{\sqrt{3}\cdot 220} = 195 \text{ A}$$